

EXERCICE 1 – CODAGE SANS PERTE

- 1- Soit une source discrète émettant 2 messages de probabilités respectives p et q .
Quelle est l'expression de son entropie ? On la notera $H(p,q)$.
- 2- Évaluer l'entropie de la source binaire pour $p=0$, $p=1/2$, $p=1$. Commentaires.
- 3- Quelle est l'entropie d'une source à N messages équiprobables ? Application pour $N=8$.

EXERCICE 2 – CODAGE SANS PERTE

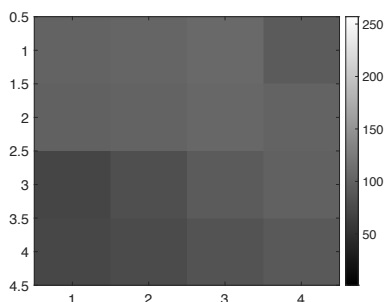
Soit une source à 3 messages de probabilités : $P(a) = 0.6$; $P(b) = 0.3$; $P(c) = 0.1$.

- 1- Calculer l'entropie de la source.
- 2- Quelle est l'efficacité d'un code binaire à longueur fixe ?
- 3- Quelle est l'efficacité d'un code binaire d'Huffman ?
- 4- Comment peut-on augmenter cette efficacité ?

Compléments : $\log_2(3) = 1.585$; $\log_2(0.6) = -0.737$; $\log_2(0.3) = -1.737$; $\log_2(0.1) = -3.322$

EXERCICE 3 – CODAGE AVEC PERTE

On considère le morceau d'image suivant (à gauche l'image, à droite son codage sur 8 bits)



100	102	106	92
98	100	104	100
70	80	92	98
72	76	84	90

On souhaite appliquer du codage DPCM sur cette image.

Rappel : le DPCM consiste à calculer une valeur prédite du pixel $\hat{x}(i, j)$ (i étant le numéro de la ligne de l'image et j le numéro de la colonne), à calculer la différence entre le pixel initial $x(i, j)$ et sa prédiction, et à quantifier cette différence pour la transmettre.

Dans le cas étudié, la prédiction s'écrit :

$$\hat{x}(i, j) = \frac{x(i, j-1) + x(i-1, j)}{2}$$

Si $i = 1$ ou $j = 1$, alors $\hat{x}(i, j) = x(i, j)$ et $x(1,1)$ est transmis tel quel.

La table de quantification utilisée pour l'erreur de prédiction est celle optimisée par le CCETT (Centre commun d'études de télévision et télécommunications) donnée ci-après

Erreur de prédiction	Valeur quantifiée de $e : e_q$	Erreur de prédiction	Valeur quantifiée de $e : e_q$
$-255 \leq e \leq -70$	-80	$9 \leq e \leq 18$	12
$-69 \leq e \leq -50$	-58	$19 \leq e \leq 32$	25
$-49 \leq e \leq -33$	-40	$33 \leq e \leq 47$	39
$-32 \leq e \leq -19$	-25	$48 \leq e \leq 64$	55
$-18 \leq e \leq -9$	-12	$65 \leq e \leq 83$	73
$-8 \leq e \leq -3$	-4	$84 \leq e \leq 104$	93
$-2 \leq e \leq 2$	0	$105 \leq e \leq 127$	115
$3 \leq e \leq 8$	4	$128 \leq e \leq 255$	140

1. Calculer la matrice prédite et la matrice d'erreur de prédiction
2. Quantifier la matrice d'erreurs de prédiction à l'aide de la table de quantification : les erreurs sont codées sur 4 bits (seulement 16 valeurs possibles).
3. Reconstruire l'image (en arrondissant à l'entier supérieur). Quelle est l'erreur moyenne ? Quel est le taux de compression obtenu ?